Prof. Dr. Alfred Toth

Neue n-kategoriale Abbildungstypen

1. Gemäß der Theorie der Higher-Dimensional Categories wird eine n-Kategorie wie folgt definiert (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2)

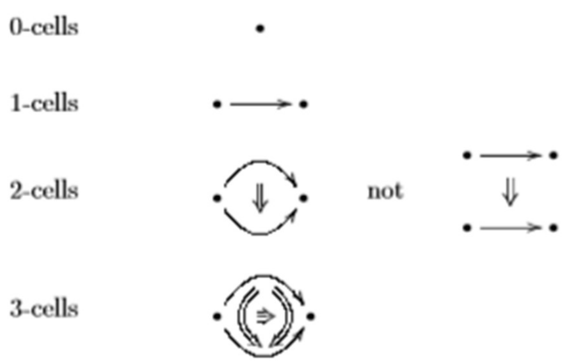
Definition 1-n *A strict n-category is given by*

i) DATA: *a diagram* $C_n \overset{s_n}{\underset{t_n}{\rightrightarrows}} C_{n-1} \overset{s_{n-1}}{\underset{t_{n-1}}{\rightrightarrows}} \cdots \overset{s_2}{\underset{t_2}{\rightrightarrows}} C_1 \overset{s_1}{\underset{t_1}{\rightrightarrows}} C_0$ *in* **Set**

ii) STRUCTURE: *composition and identities*

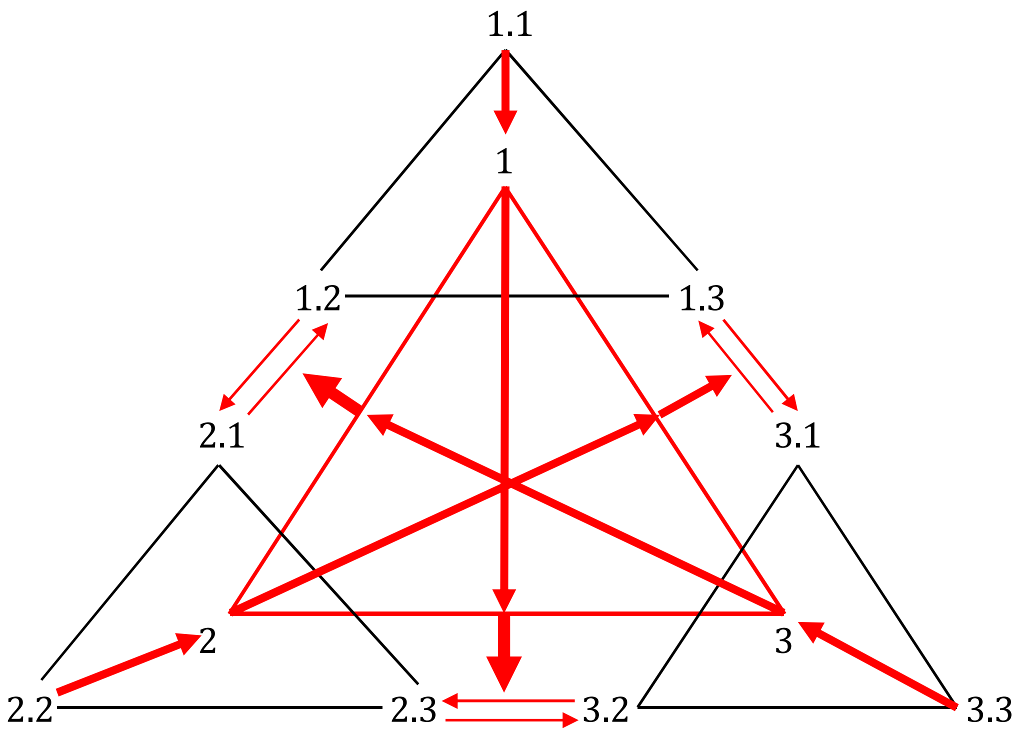
iii) PROPERTIES: *strict associativity and interchange axioms.*

We have to be a bit more careful about our generalised data: we would like our cells to look like this



Demzufolge stellen also die von Bense als „Primzeichen“ (Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten monadischen Relationen (.1.), (.2.), (.3.), allgemein x ∈ (1, 2, 3) 0-cells dar. Die bisher bekannten Semiosen der Form (x → y) mit x, y ∈ (1, 2, 3) sind 1-cells (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.). Unser neuer Typus von Semiosen der Form (w.x) → (y.z) sind somit 2-cells.

2. Es gibt allerdings neben den vier Zellen sowie der n-kategorialen Unterscheidung zwischen simplizialen, globularen und opetopischen Kategorien noch weitere Typen von Abbildungen. Nicht zum ersten Mal liefert hier die Semiotik als eine Form der qualitativen Mathematik einen Beitrag zur “reinen” Mathematik. Wir gehen aus von dem folgenden Dreiecksgraphen (vgl. Toth 2019a, b).



Neben den bereits behandelten semiotischen 0, 1-, 2- und 3-cells gibt es noch die folgenden 3 weiteren n-kategorialen Abbildungstypen.

1. $(1 \rightarrow (1.1)) = (1 \rightarrow (1. \rightarrow .1))$

   $(2 \rightarrow (2.2)) = (2 \rightarrow (2. \rightarrow .2))$

   $(3 \rightarrow (3.3)) = (3 \rightarrow (3. \rightarrow .3))$

2. $(1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1.2) \rightarrow (2.1)) = (1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1. \rightarrow .2) \rightarrow (2. \rightarrow .1))$

   $(2 \rightarrow 3) \rightarrow ((2.3) \rightarrow (3.2)) = (2 \rightarrow 3) \rightarrow ((2. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .2))$

   $(3 \rightarrow 1) \rightarrow ((3.1) \rightarrow (1.3)) = (3 \rightarrow 1) \rightarrow ((3. \rightarrow .1) \rightarrow (1. \rightarrow .3))$

3. $((1.1) \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)) \rightarrow ((2. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .2))$

   $((2.2) \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow (3 \rightarrow 1)) \rightarrow ((1. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .1))$

   $((3.3) \rightarrow 3) \rightarrow (3 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow ((1. \rightarrow .2) \rightarrow (2. \rightarrow .1))$

Ihre allgemeinen Formen sind

1. $(x \rightarrow (x.x)) = (x \rightarrow (x. \rightarrow .x))$

2. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x.y) \rightarrow (y.x)) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((x. \rightarrow .y) \rightarrow (y. \rightarrow .x))$

3. $((x.x) \rightarrow x) \rightarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((y. \rightarrow .z) \rightarrow (z. \rightarrow .y))$.

Es dürfte indessen schwierig sein, sie kategorialen Formen von cells der n-Kategorietheorie zuzuweisen, handelt es sich doch um "zellulär gemischte" Abbildungstypen, d.h. völlig neue Formen von komponierten kategorialen Morphismen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

Toth, Alfred, Ein neuer Typus von Semiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, n-kategoriale Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

31.5.2019